ハドロンの性質

浜垣 秀樹
東京大学原子核科学研究センター

目次:ハドロンの性質

- 単位系とRapidity
- ハドロンの静的な性質
  - ハドロンとハドロン多体系の物理
  - QCDの概説
  - クォークの閉じ込めとストリング描像
- ハドロンの動的性質と粒子生成
  - ハドロン-ハドロン衝突について、実験データからわかること
  - String 模型
  - 衝突の時空描像
  - Jet

単位系
と
力学変数

単位系(Units)

原子核物理、高エネルギー物理で良く用いられる単位

- エネルギーの単位: MeV、又は GeV

  1 GeV = 1.78 x 10^{-27} kg; 陽子質量 m_p ～ 1 GeV/c^2

- 長さの単位: fm

  1 fm = 10^{-13} cm ; 陽子の大きさ ～1 fm

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055\times 10^{-34}\ \mathrm{J\cdot sec}\ (\text{作用の次元：}ML^2T)$$

$$c = 2.998\times 10^{8}\ \mathrm{m\cdot sec^{-1}}\ (\text{速度の次元：}L/T)$$

$$\hbar c = 197\ \mathrm{MeV\cdot fm} = 0.197\ \mathrm{GeV\cdot fm}$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137}\ (\text{微細構造定数})$$

使用例

不確定性関係

$$\Delta p \cdot \Delta x \approx \hbar \quad ; \quad \Delta x = 1\,\mathrm{fm} \Rightarrow \Delta p \approx 200\,\mathrm{MeV}/c$$

古典的電子半径

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi m_e c^2} = \frac{\alpha \cdot \hbar c}{m_e c^2} = \frac{197[\mathrm{MeV}\cdot\mathrm{fm}]}{137}\frac{1}{0.511[\mathrm{MeV}]} \sim 2.8\mathrm{fm}$$

Compton波長

(電子) $$\lambdabar_e = \frac{\hbar}{m_e c} = \frac{\hbar c}{m_e c^2} = \frac{197[\mathrm{MeV}\cdot\mathrm{fm}]}{0.511[\mathrm{MeV}]} \sim 380\mathrm{fm}$$

(陽子) $$\lambdabar_p = \frac{\hbar}{m_p c} = \frac{\hbar c}{m_p c^2} = \frac{197[\mathrm{MeV}\cdot\mathrm{fm}]}{938[\mathrm{MeV}]} \sim 0.2\mathrm{fm}$$

自然単位系

自然単位系: $\hbar = c = 1$ → 煩雑さを回避
エネルギーの単位:GeV → 一意的

	実際の次元	自然単位系 $\hbar = c = 1$
質量	GeV/c^2	GeV
長さ	$\hbar c/\mathrm{GeV}$	GeV^{-1}
時間	$\hbar/\mathrm{GeV}$	GeV^{-1}

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} \rightarrow E = \sqrt{p^2 + m^2}$$

実際の値を求める際には、適当に$\hbar$や c を補う必要あり。

例:断面積 σ

$1\ \mathrm{mb} = 10^{-27}\ \mathrm{cm}^2 \rightarrow \sigma = 1\ \mathrm{GeV}^{-2} = 0.389\ \mathrm{mb}$ --- 証明せよ

力学変数(kinematic variable)

反応: $A + B \rightarrow a + X$

粒子a の運動を記述する力学変数:4元運動量ベクトル

$$p = (E, p_x, p_y, p_z)$$
$$p_\mu p^\mu = E^2 - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2 = m^2$$
$$p_z' = \gamma(p_z - \beta E)$$
$$E' = \gamma(E - \beta p_z)$$

必要に応じて有用な力学変数が使用される

- Rapidity (y)
- Light-cone variable: x^+ x^-

Rapidity

Z軸方向のLorentz変換を考える

- 速度は加算的ではない

Galilei変換：$v'_z = v_z + V_R$

Lorentz変換：$v'_z = \dfrac{v_z + V_R}{1 + v_z V_R}$

速度に代わる加算的な量 → rapidity

Rapidity y の定義

$$y = \frac{1}{2}\ln\frac{E + p_z}{E - p_z} = \frac{1}{2}\ln\frac{1 + \beta_z}{1 - \beta_z} = \ln\frac{E + p_z}{m_T}$$

$$m_T = \sqrt{m^2 + p_T^2}$$

Rapidityの性質

- 非相対論のリミット; $\beta_z \rightarrow 0$:

  $y \rightarrow \beta_z$

- Lorentz変換に対する変換性

  慣性系KとK'の間の相対速度: β_R

$$\boxed{y' = y + \frac{1}{2}\ln\frac{1+\beta_R}{1-\beta_R} = y + y_R}$$

$$\boxed{dy = \frac{dp_z}{E}}$$

  – 非相対論における速度の変換と相似: $v' = v + v_R$

  – y の差は Lorentz 不変

    – 粒子間の y の相対的な関係は保持される

Rapidityの性質(続き)

- 超相対論的な場合：p → E

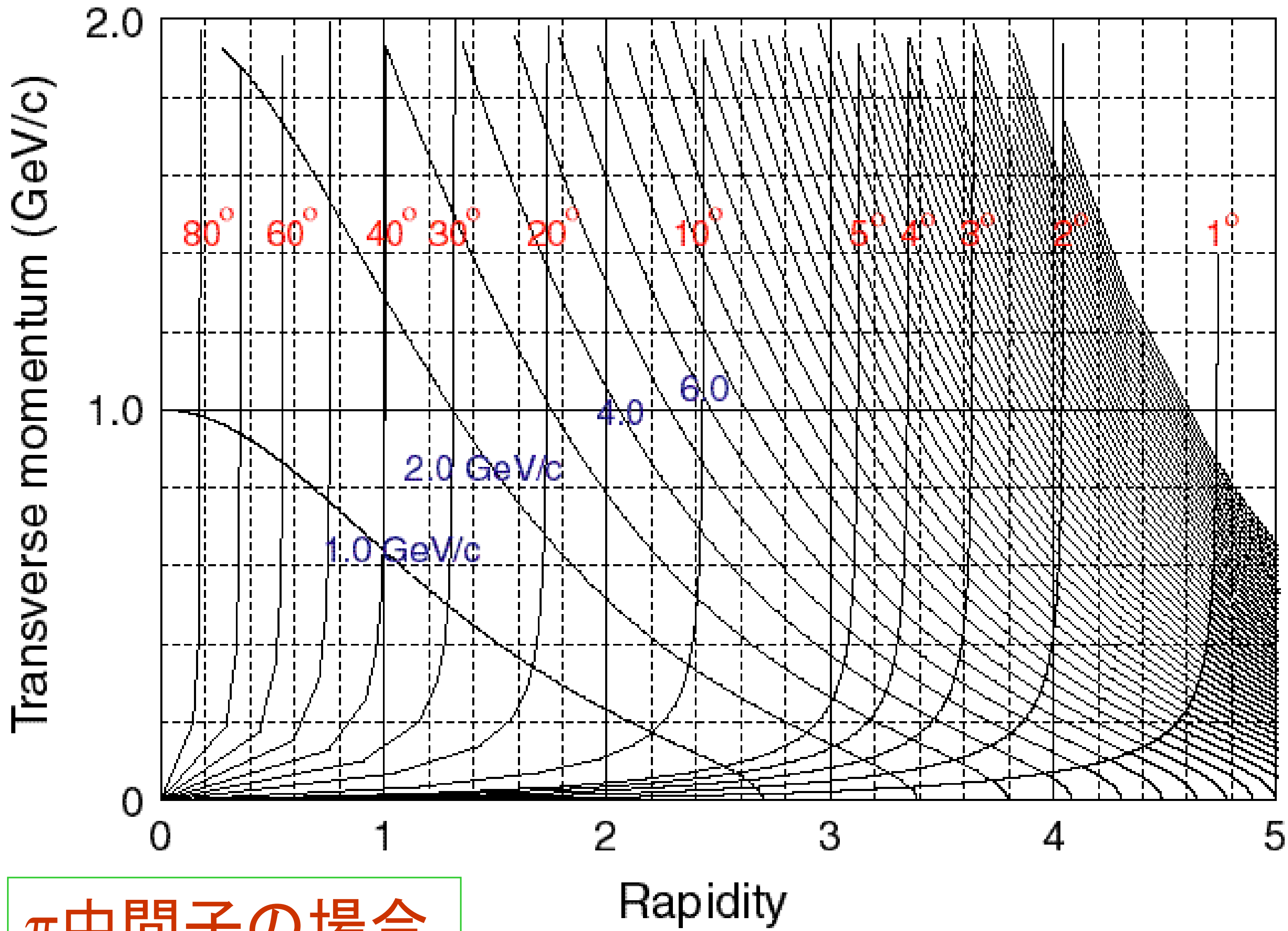
$$y = \frac{1}{2}\ln\frac{E+p_z}{E-p_z} \rightarrow \frac{1}{2}\ln\frac{p+p_z}{p-p_z} = \frac{1}{2}\ln\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}$$

粒子の rapidity は放出角によって決まる

Peudo-Rapidity (η)

$$\boxed{\eta = \frac{1}{2}\ln\frac{p+p_z}{p-p_z} = \frac{1}{2}\ln\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta} = \ln\left[\operatorname{cotan}\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]}$$

Rapidity-p_T 平面での力学線



π中間子の場合

Rapidity を用いた有用な関係式

- エネルギーと運動量

$$E = m_T \cosh y$$
$$p_z = m_T \sinh y$$

$$\longrightarrow \quad E^2 - p_z^2 = m^2 + p_x^2 + p_y^2$$

- Invariant Cross Section

$$\frac{dp_z}{E} = dy; \quad \sigma_{inv} = E\frac{d^3\sigma}{dp^3} = \frac{d^3\sigma}{dyp_T dp_T d\varphi} = \frac{d^3\sigma}{dym_T dm_T d\varphi}$$

- dη と dy の関係

$$dy = \frac{p}{E}d\eta \quad \Rightarrow \quad \frac{dN}{d\eta} = \frac{p}{E}\frac{dN}{dy}$$

光円錐（Light-cone）変数

Reaction: *A* + *B* → *a* + *X* *or* *A* + *B* → *X* + *b*

beam target beam target

$$x_+ = \frac{E(a)+p_z(a)}{E(A)+p_z(A)}$$

$$x_- = \frac{E(b)-p_z(b)}{E(B)-p_z(B)}$$

これらはLorentz不変量

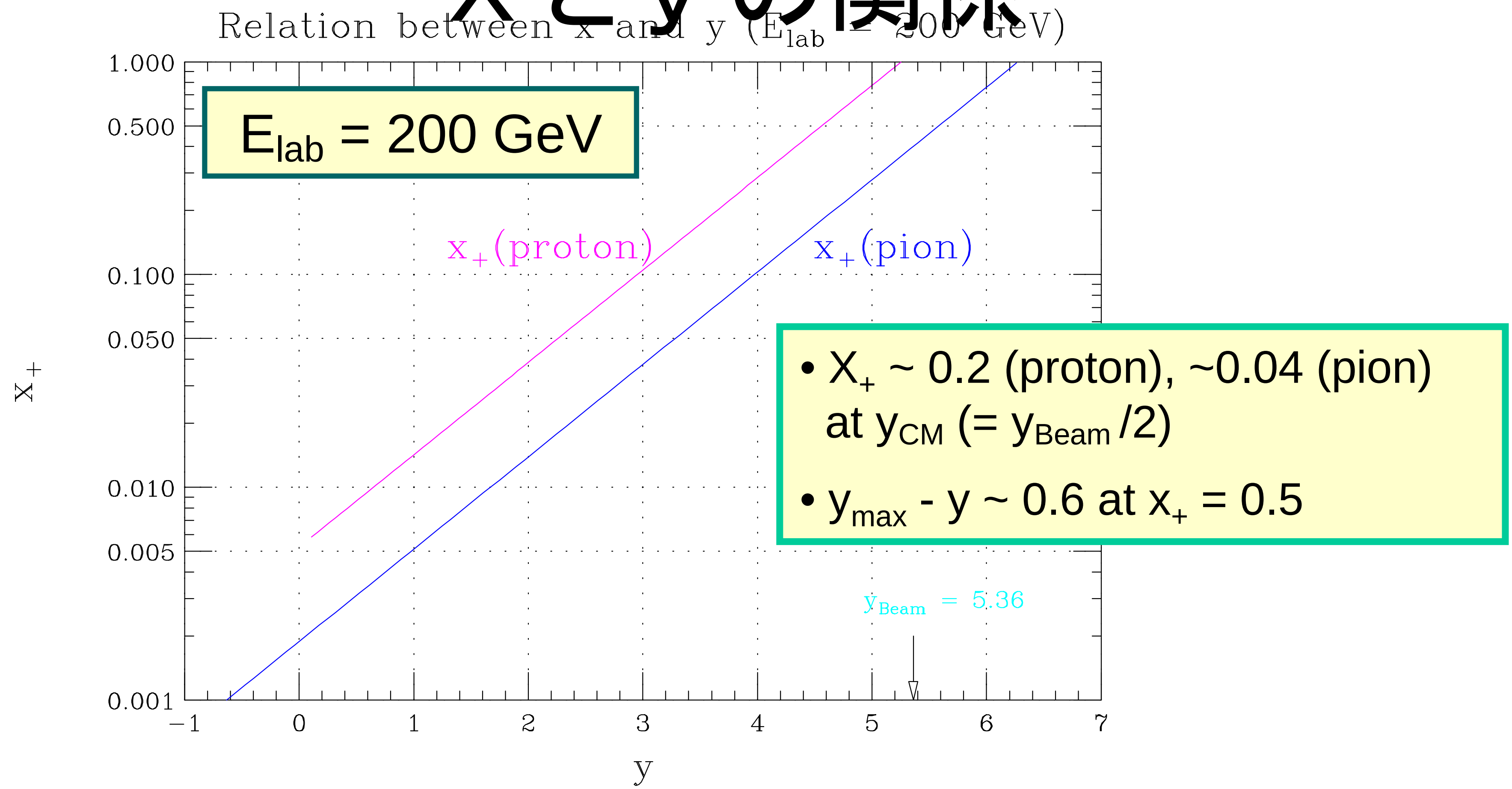
0＜ x ＜＝1

x_+, x_- と rapidityの関係

$$x_+ = \frac{m_T(a)}{m(A)} e^{y-y_B}$$

$$x_- = \frac{m_T(b)}{m(B)} e^{y-y_T}$$

X と y の関係

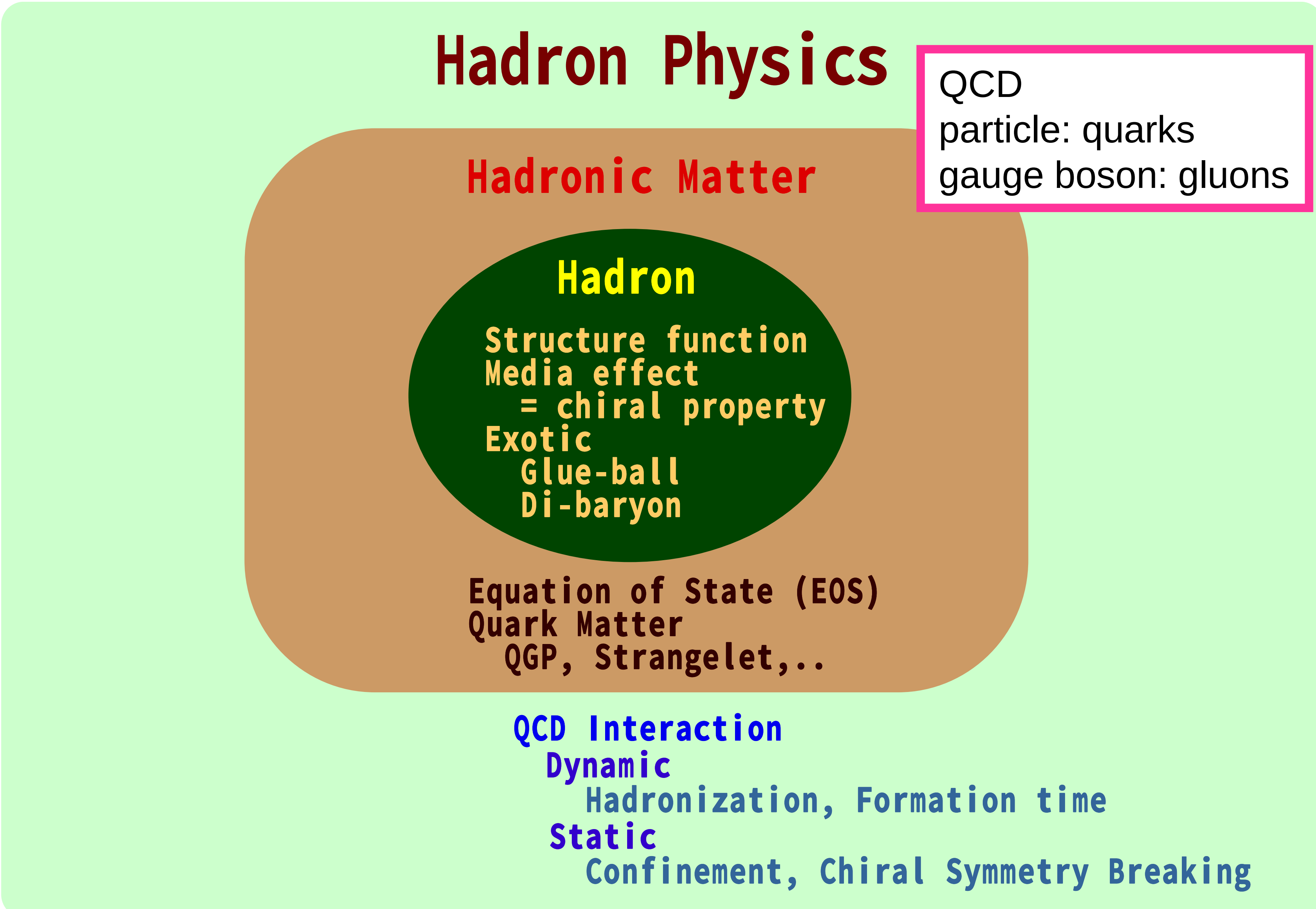


- X 変数はビーム運動量に近い運動量を持つ（fragmentation領域の）粒子を記述するのに適している
- Rapidity 変数は、target や beam から離れた領域における粒子生成を記述するのに適している

ハドロンの静的な性質

ハドロンとその多体系

- ハドロン
  - 強い相互作用をする粒子の総称
  - 歴史的な呼び名
- 現代的：クォーク（反クォーク）からなる複合粒子の総称
  - バリオン： p, n,… (クォーク三つからなる)
  - メソン： π, K,… (クォーク・反クォーク対からなる)
  - 相互作用：QCD


Hadron Physics
QCD
particle: quarks
gauge boson: gluons
Hadronic Matter
Hadron
Structure function
Media effect
= chiral property
Exotic
Glue-ball
Di-baryon
Equation of State (EOS)
Quark Matter
QGP, Strangelet,..
QCD Interaction
Dynamic
Hadronization, Formation time
Static
Confinement, Chiral Symmetry Breaking

QCD - 概観 -

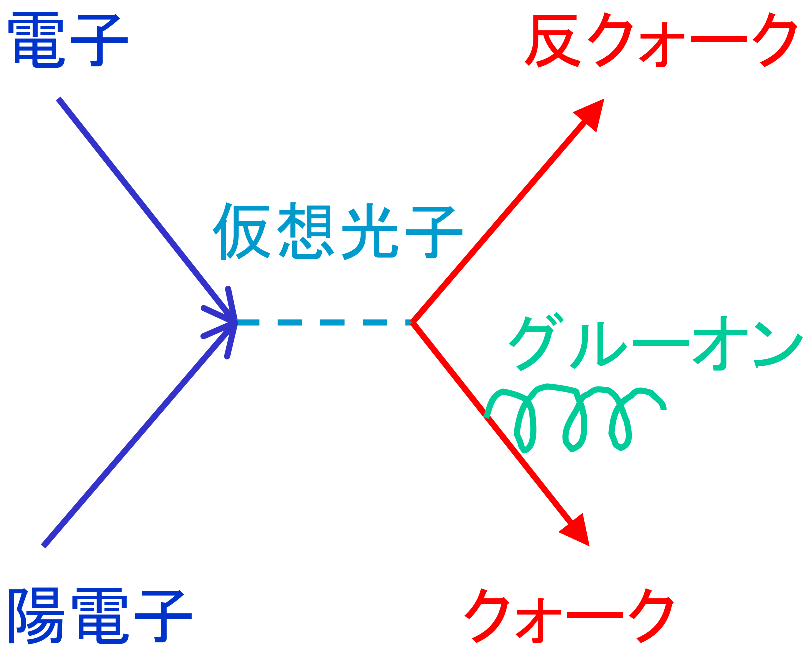
クォーク:3世代のアイソスピン2重項

- (u,d), (c,s), (t,b）
- スピン 1/2　電荷 u = 2/3, d = -1/3
- 色電荷: $N_c = 3$
- ゲージボゾン: 8 グルーオン

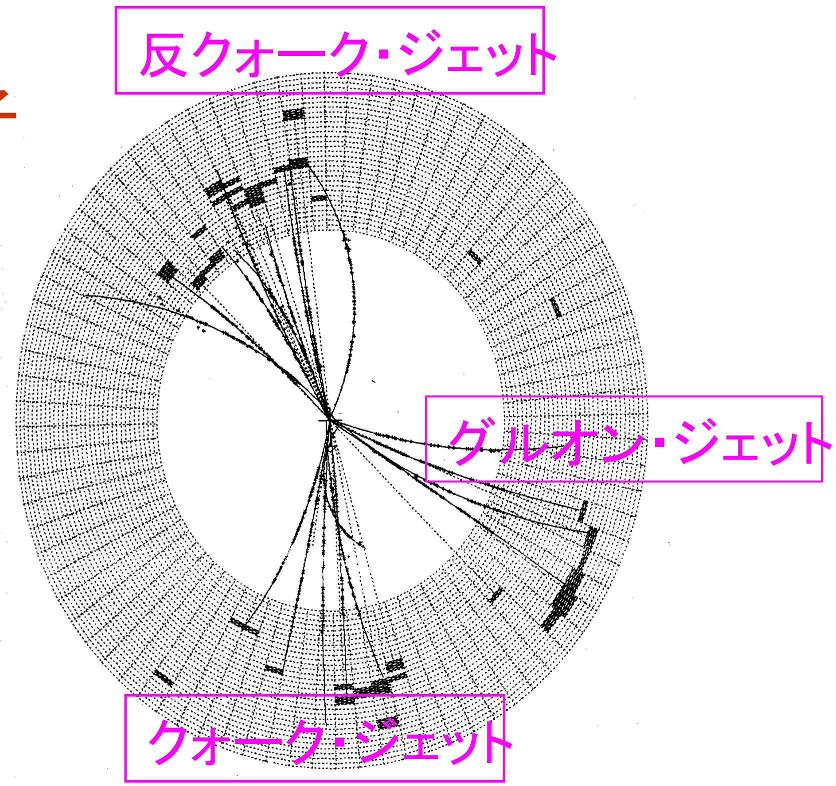
	QED	QCD
群	U(1) （Abelian）	SU(3) （Non-abelian）
フェルミオン	電荷	色電荷(3色）
Gaugeボゾン	フォトン（スピン１質量0） 自由度＝2(スピン）	グルーオン（スピン１質量0） 自由度＝2(スピン)x8(色）
重ね合わせ	YES	NO（グルーオン：自己相互作用）

グルーオン

- クォーク間に働く交換力：グルーオン
- 電荷の間に働く交換力　：光子



電子と陽電子の衝突



PETRAのJADE検出器で観測された3-jet 事象

Running Coupling Constant

Propagator : $D(q^2) = \alpha / q^2$ → renormalization

QED

$$\alpha(q^2) = \frac{\alpha(q_0^2)}{1 - \frac{\alpha(q_0^2)}{3\pi}\ln\left(\frac{q^2}{q_0^2}\right)}$$

- q^2 →小； $\alpha(q^2)$ →小
- r ～ 1/q: α は遠距離で小さい
  - shielding, screening

QCD

- N_F = 質量が $|q^2|^{1/2}$ 以下のクォーク･フレーバー数
- Λ = 300 ～ 500 MeV/c
- 低エネルギーでは α_s ～ O(1)
  - 摂動計算は不可能
- q^2 → 大； $\alpha_s(q^2)$ → 小
  - 漸近的自由（asymptotic free）
  - 摂動計算可能
- r ～ 1/q: α_s は遠距離で大きい
  - anti-shielding

$$\alpha_s(q^2) = \frac{\alpha_s(q_0^2)}{1 + B\alpha_s(q_0^2)\ln\left(\frac{q^2}{q_0^2}\right)} = \frac{1}{B\ln\left(\frac{q^2}{\Lambda^2}\right)}$$

$$B = \frac{33 - 2N_F}{12\pi}$$

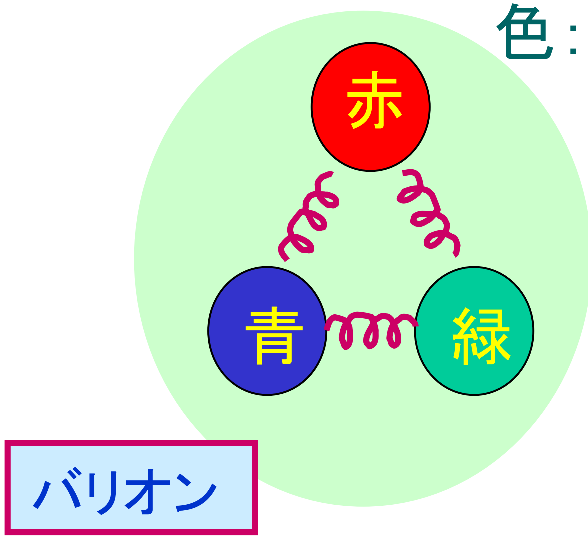
クォークの存在形態

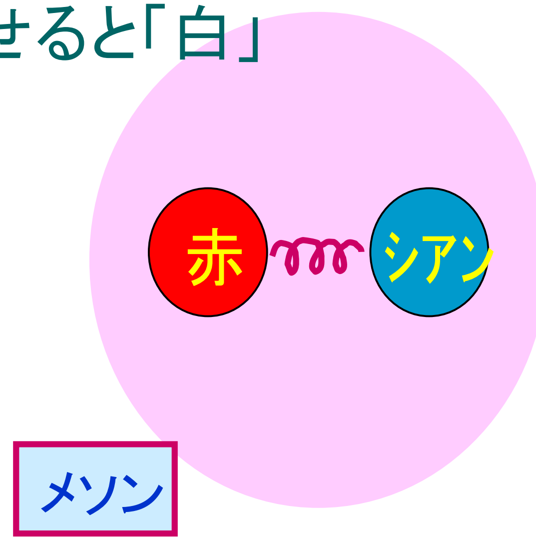
- ハドロン（強い相互作用をする複合粒子の総称）中にのみ存在

  ==「クォークの閉じ込め」==

  – バリオン（スピン = 半整数）= クォーク3個： qqq
  – メソン（中間子：スピン = 整数）= クォークと反クォーク： $q\bar{q}$

色：足しあわせると「白」

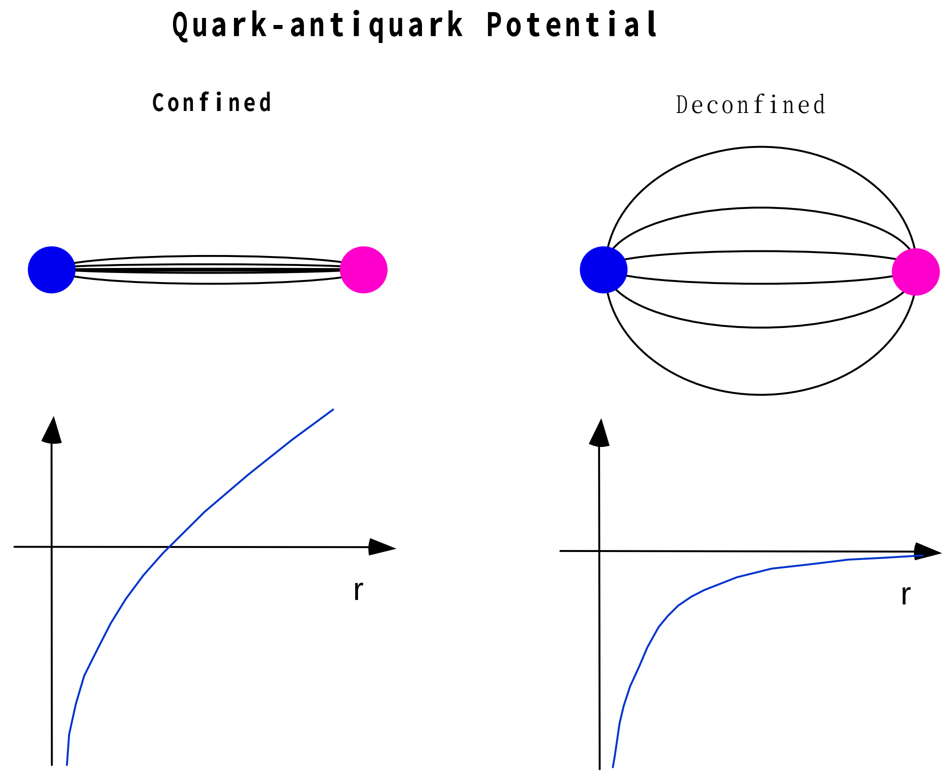




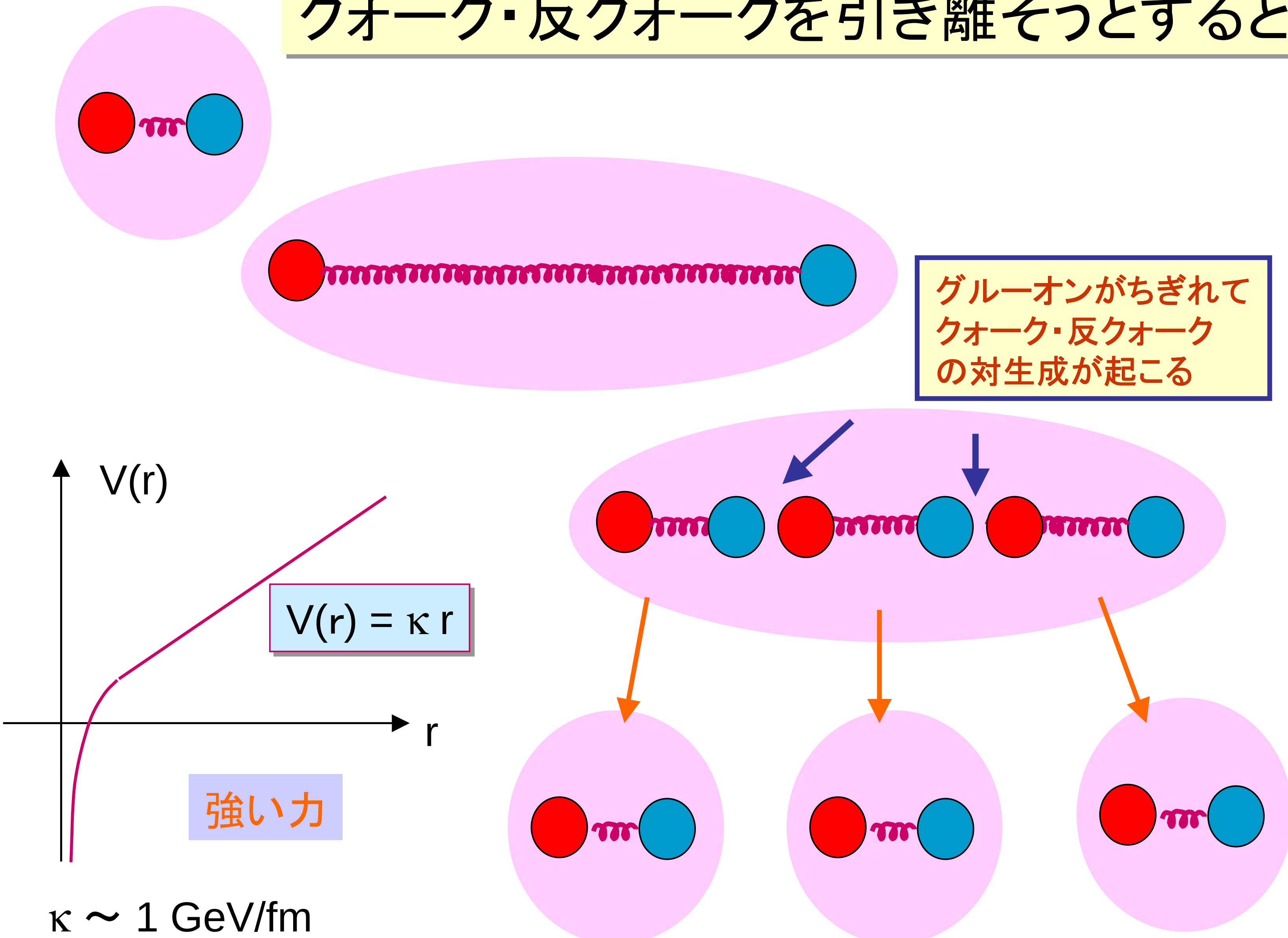
「閉じ込め」の描像

- QCD真空＝超伝導状態
  - グルーオン：超伝導体での磁気フラックスチューブのようなもの
  - 1−次元の力 → string, color flux tube

QGP相転移：
真空の超伝導状態
→常伝導状態



クォーク・反クォークを引き離そうとすると



$\kappa \sim 1$ GeV/fm

Quarkonium

- 重いクォーク・反クォークから成るメソン
  - 古典的なポテンシャル描像が可能

$$V_C = (-q)\frac{q}{4\pi r}; \quad V_{linear} = \kappa r$$

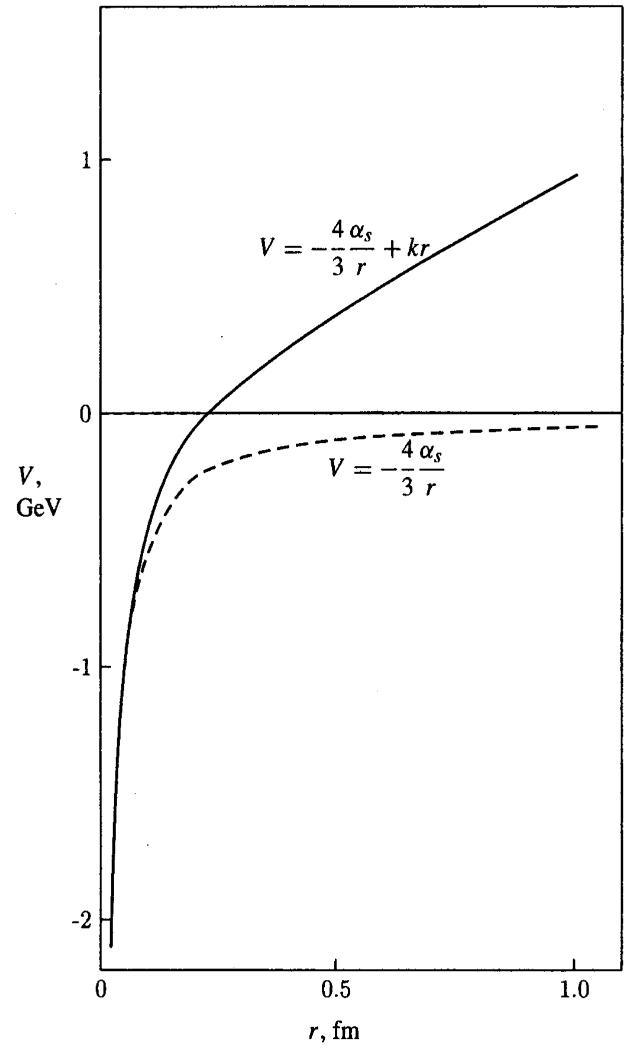
$$H = \frac{p^2}{2m} - \frac{\alpha_{eff}}{r} + \kappa r$$

$$\alpha_{eff} = \frac{q^2}{4\pi}\left(= \frac{4}{3}\alpha_s\right) \quad q^2 = \frac{4}{3}g^2$$

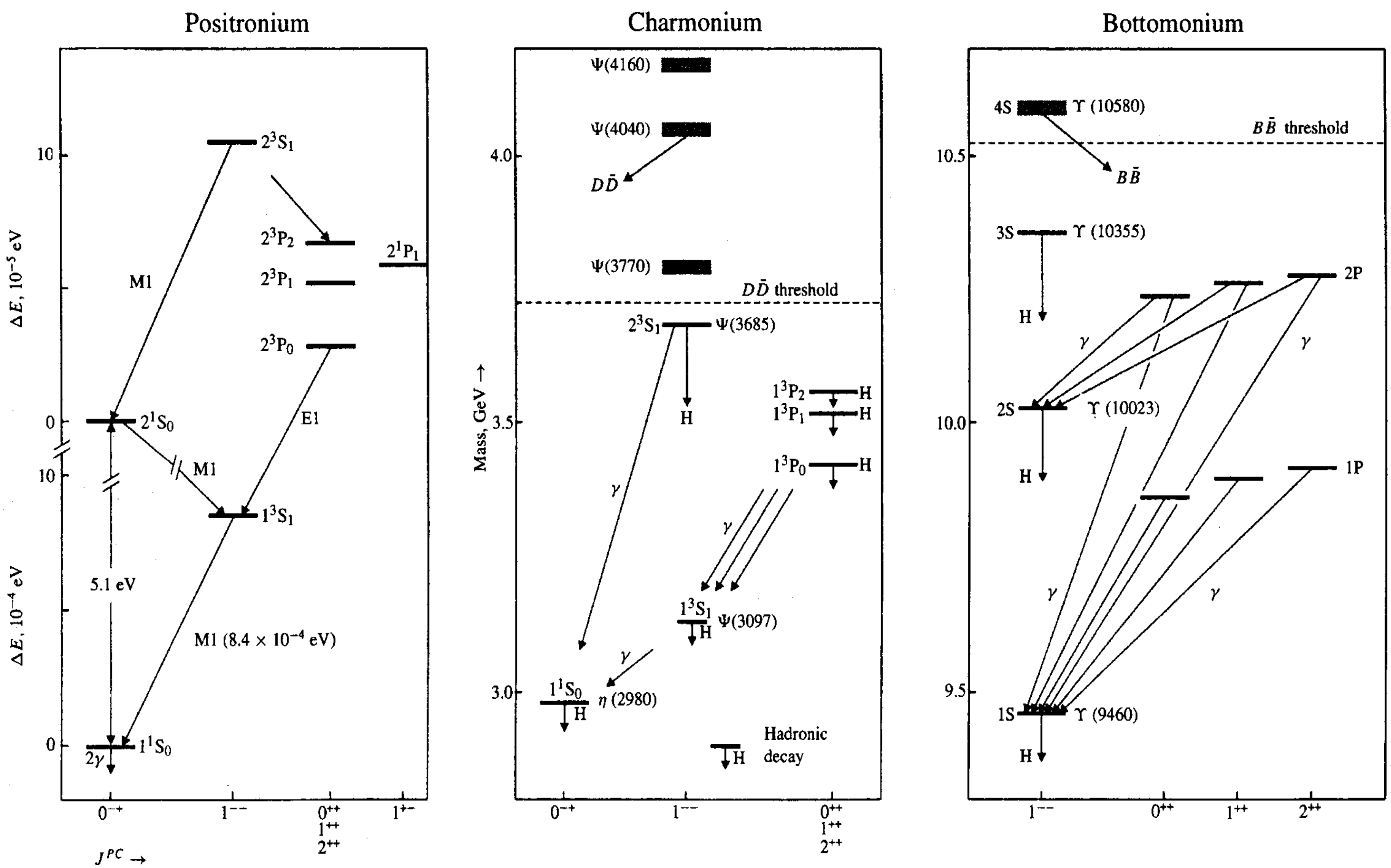
Charmoniumのパラメーターセット

α_{eff} = 0.52, κ = 0.926 GeV/fm, m_c = 1.84 GeV

α_{eff} = 0.30, κ = 1.18 GeV/fm, m_c = 1.65 GeV



Quarkonium のスペクトル



MIT Bag Model

- 相対論的なクォーク模型
- 袋（Bag）
  - クォークの閉じ込め：Bag pressure
- クォーク
  - 自由粒子
  - クォークの質量は、袋の中ではゼロ
  - 袋の外では無限大
- カラー
  - 袋中の和＝袋外の和＝0 (Gauss's law)

A. Chodos et al., Phys. Rev. D9 (1974) 3471.

C.D. DeTar and J.F. Donoghue, Ann. Rev. Nucl. Part Sci. 33 (1983) 235.

Bag Model の計算

$$\gamma p \psi = 0$$

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \qquad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \qquad \psi = \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} p^0 & -\vec{\sigma}\cdot\vec{p} \\ \vec{\sigma}\cdot\vec{p} & -p^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix} = 0 \quad \rightarrow \quad \left[\vec{p}^{\,2} - \left(p^0\right)^2\right]\psi_+ = 0$$

基底状態：$\psi_+ = Ne^{-ip^0 t} j_0(p^0 r)\chi_+ \quad \psi_- = Ne^{-ip^0 t}\vec{\sigma}\cdot\hat{\vec{r}} j_1(p^0 r)\chi_-$

境界条件：$\overline{\psi}\psi\,|_{r=R} = 0$

$$\rightarrow \left[j_0(p^0 R)\right]^2 - \left[j_1(p^0 R)\right]^2 = 0$$

$$\rightarrow \quad p^0 R = 2.04$$

Bag 定数の導出

$$E = Np^0 + (\text{Bag energy}) = \frac{2.04N}{R} + \frac{4\pi}{3}R^3 B$$

$$\frac{dE}{dR} = 0 \quad \rightarrow \quad -\frac{2.04N}{R^2} + 4\pi R^2 B = 0$$

$$B^{1/4} = \left(\frac{2.04N}{4\pi}\right)^{1/4} \frac{1}{R}$$

N = Bag中のクォークの数
3次元球Bagでの境界条件
$p^0R = 2.04$

$$N = 3$$
$$R = 0.8\,fm$$
$$\rightarrow B^{1/4} = 206 MeV$$

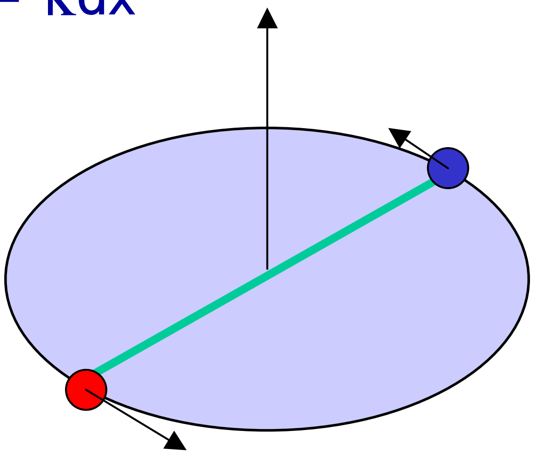
Bagの半径→大
クォークの運動エネルギー →小
Bagエネルギー →大

ストリング（紐）模型

- 軽いクォーク系の場合には、quarkonium のような簡単な取り扱いはできない
- 質量ゼロのクォーク・反クォークが紐で結ばれている

長さ 2L の紐で結ばれた質量ゼロのクォークと反クォークが回転運動している

紐のもつポテンシャルエネルギー：dE(x, dx) = κdx



Mass energy : $M = 2\int_0^L \frac{\kappa dx}{\sqrt{1-\beta^2}} = \pi\kappa L$

Angular momentum : $J = 2\int_0^L \frac{x\cdot\beta\cdot\kappa dx}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\pi\kappa L^2}{2}$

$\rightarrow \quad J = \frac{M^2}{2\pi\kappa}$

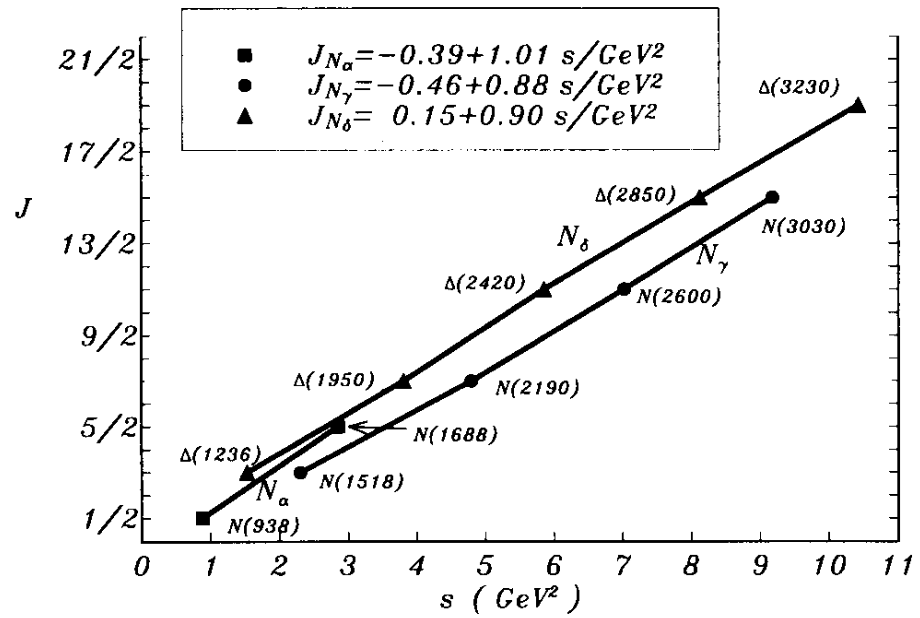
バリオンの質量と角運動量の関係

Regge Trajectory

$J(M) = \alpha(0) + \alpha' M^2$

$\alpha(0)$： Regge intercept

α' ： Regge 勾配（～1 GeV^{-2}）



$$\boxed{J = \frac{M^2}{2\pi\kappa}}$$

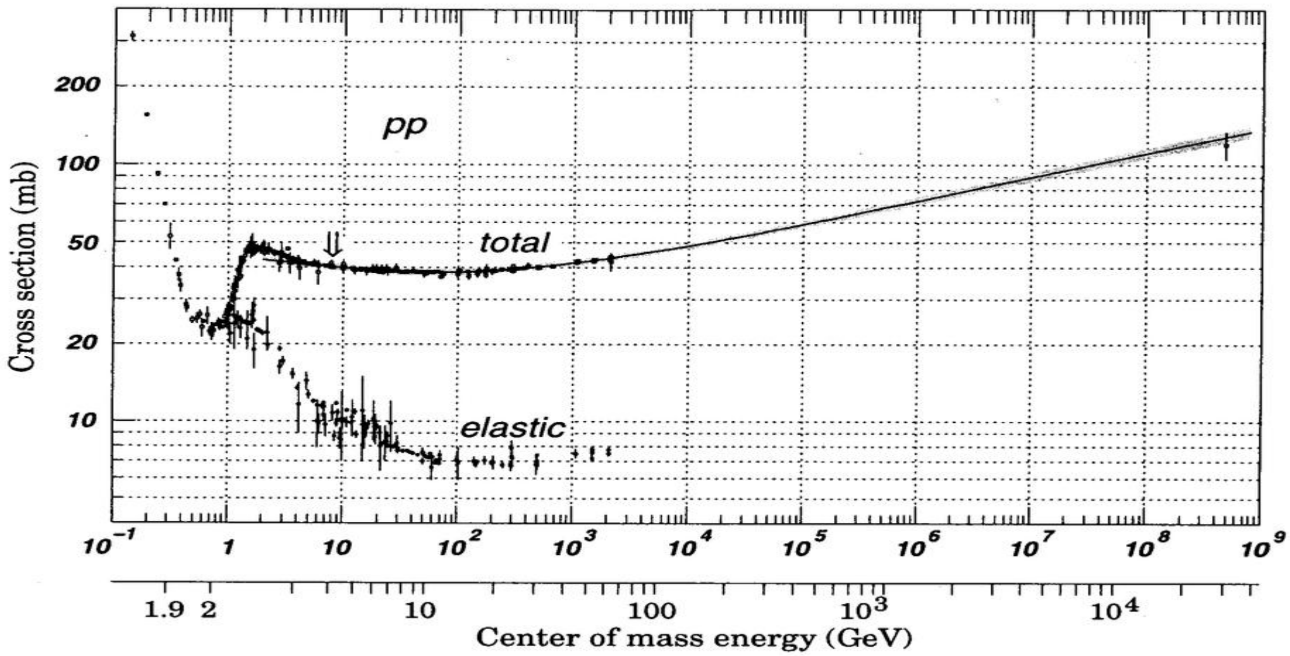
→ String tension：$\kappa = 1/\ 2\pi\alpha'$（～ 1 GeV/fm）

$$\boxed{\kappa = \frac{1}{2\pi\alpha'} \approx \frac{1}{2\pi}\frac{1}{0.9}(\mathrm{GeV}^2)\frac{1}{0.197(\mathrm{GeV}\cdot\mathrm{fm})} = 0.9\,\mathrm{GeV/fm}}$$

ハドロンの動的な
性質と
粒子生成

陽子･陽子衝突の断面積

- 全断面積 $\sigma_{total} = \sigma_{elastic} + \sigma_{inel.}$
  - 3 GeV < $s^{1/2}$ < 100 GeV で、$\sigma_{total} \sim 40$ mb ($\sigma_{inel} \sim 30$ mb)



$\sigma_{total} = 48 + 0.522(\ln p)^2 + (-4.51)\ln p$ (mb; p in GeV/c)

$\sigma_{elastic} = 11.9 + 26.9p^{-1.21} + 0.169(\ln p)^2 - 1.85\ln p$ (mb; p in GeV/c)

8.6 mb at p = 10 GeV/c; 7.0 mb at p = 100 GeV/c

非弾性散乱の内訳

σ_{in}

- ~10%：diffractive dissociation 過程
  - small energy loss, low-excitation
- 残り：non-diffractive 過程
  - 大きな energy loss

Non-diffractive 過程

- $\langle N_{ch} \rangle = 0.88 + 0.44 \ln s + 0.118(\ln s)^2$

p_{beam} (GeV/c)	$s^{1/2}$	$\langle N_{ch} \rangle$	$y_{beam} - y_{target}$	$\langle N_{ch} \rangle$ / Dy
15	5.47	3.7	3.5	1.06
200	19.4	7.6	6.0	1.27
1000	43.3	10.9	7.7	1.42
21321	200.0	18.8	10.7	1.76

Leading baryon のエネルギーロス

- beam & target fragmentation 領域
  - p + p -> p + X 反応の dσ/dx は、$p_{Lab} \geqq$ ~100 GeV/c では、ほぼエネルギーに依らず、広い x 領域で平らな分布
  - Feynman scaling ← 核子のparton描像

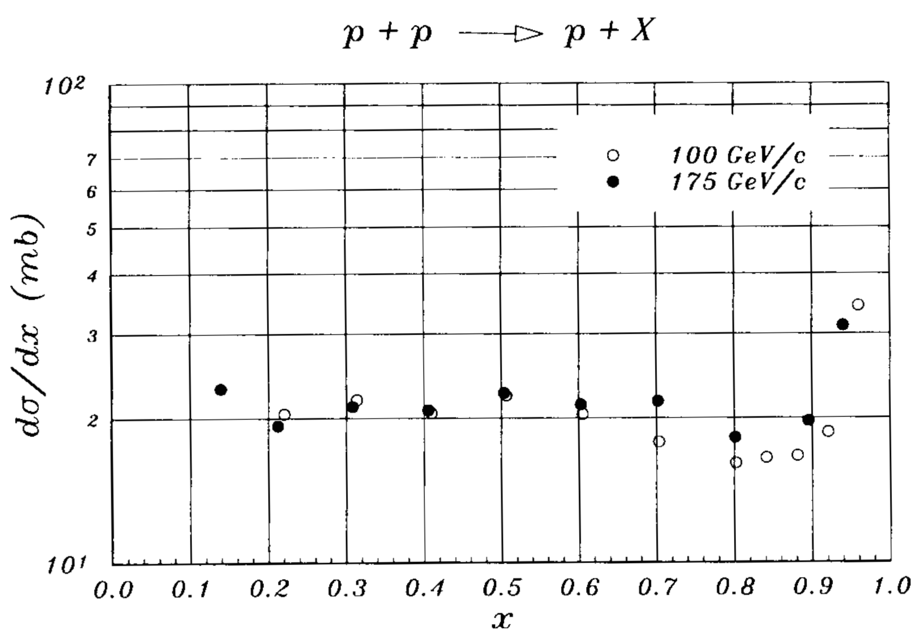
<x> ～ 1/2

$d\sigma/dy = (d\sigma/dx)\,(dx/dy)$

$= (d\sigma/dx)\,(m_{cT}/m_A)e^{y-yb}$

$d\sigma/dy \propto e^{y-yb}$

<y> ～ y_b - 1



核子のパートン描像

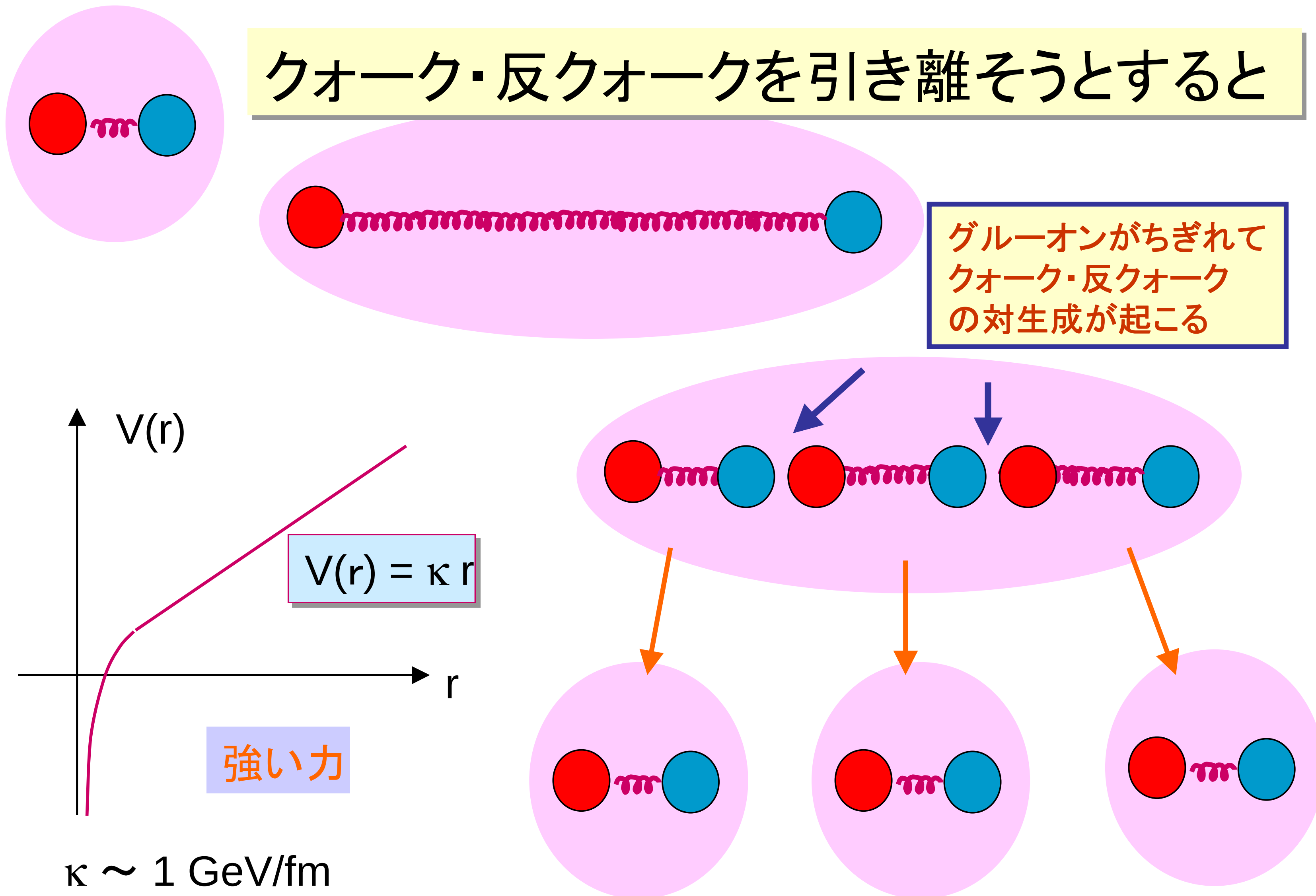
- 高いエネルギーでの衝突

核子は自由粒子（パートン）の集まり

	陽子	パートン
エネルギー	E	xE
運動量	p_L	xp_L
	$p_T=0$	$p_T=0$
質量	M	m=xM

- 運動量の分担
  - 個々のクォーク　～1/6
  - 残り　→　グルーオン

粒子生成　―String 描象―

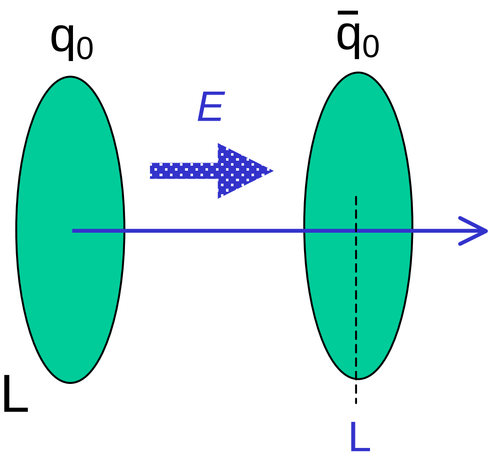


粒子生成のモデル

- Schwinger Mechanism
  - 強電磁場での電子・陽電子対生成
  - J. Schwinger, Phys. Rev. 82 (1951) 664

- クォーク q0（z = 0）と、反クォーク q0（z = L）
  - ストリング描像 -- string tension κ
  - エネルギー = κL
  - 長さ L、断面積 S のColor flux tube
    - E：color 電場
    - tubeに蓄えられるエネルギー：$0.5\,E^2\,S\,L = \kappa\,L$
    - Gauss の定理 → $E\,S = q$

      → $q\,E = 2\kappa$

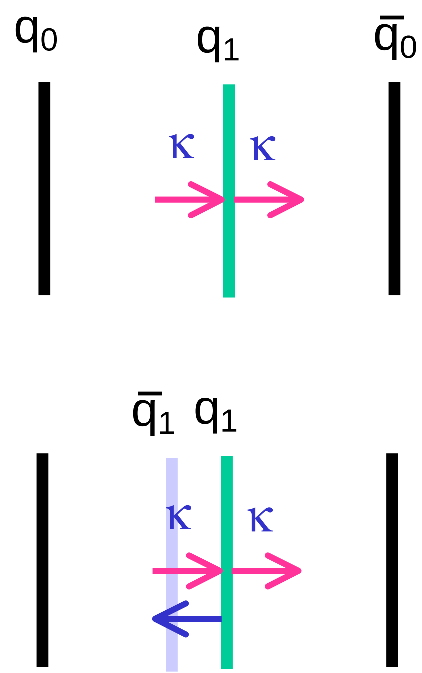


対生成

- q_1 が zで単独で生成されるとすると:

  q_1 の z での位置エネルギー

  $V(z) = -qEz = 2\kappa z$ (物理的でない)



- 正しくは

  q_1と反q_1 が対生成され、

  カラーチャージを保存し

  反q_1 は、q_0 から q_1 への力を shield する

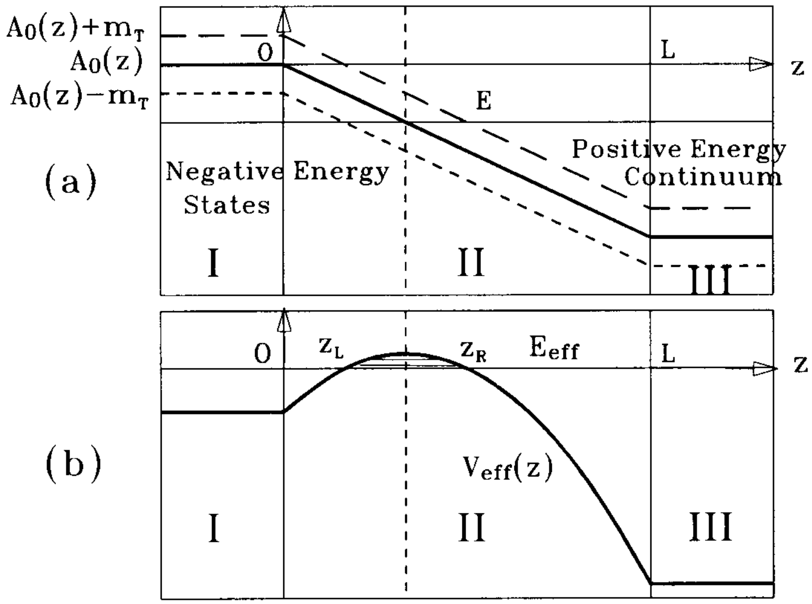
  → $V(z) = \kappa z$

粒子生成確率の計算

ゲージ場 (Abelian)　A = (A_0, **A**)

$A_0 = 0$	$z < 0$
$-kz$	$0 < z < L$
$-kL$	$L < z$

対生成:負のエネルギー状態から
正のエネルギー連続状態への
トンネル効果



$$[(p-A)^2 - m^2]\psi = 0\text{: Klein-Gordon方程式}$$

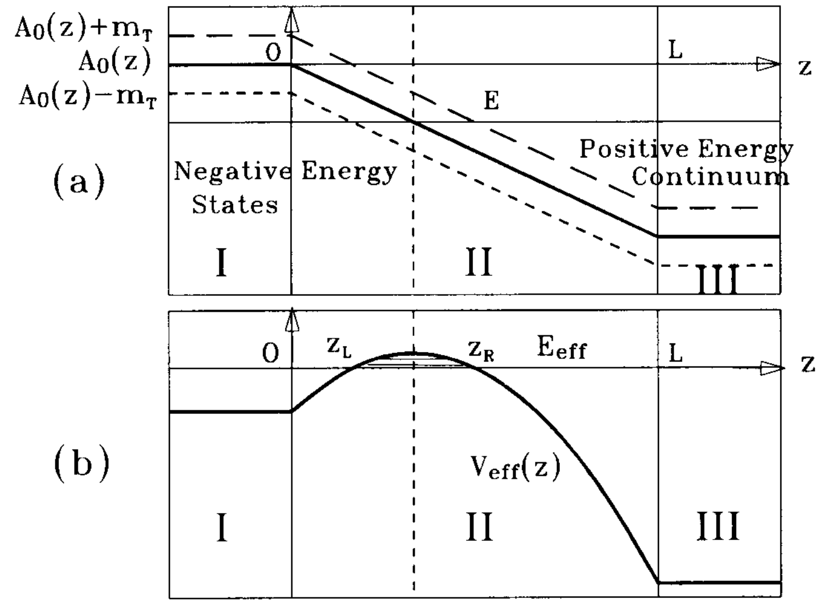
$$\psi = \exp[i(p_x x + p_y y - Et)]f(z)$$

$$\{[E - A_0(z)]^2 - p_z^2 - m_T^2\}f(z) = 0$$

$$\left\{\frac{p_z^2}{2m_T} + \left[\frac{m_T}{2} - \frac{[E - A_0(z)]^2}{2m_T}\right]\right\}f(z) = 0$$

粒子生成確率の計算(続き)

$$\left\{\frac{p_z^2}{2m_T}+V_{eff}\right\}f(z)=E_{eff}f(z)$$



$$E_{eff}=0,\quad V_{eff}=\frac{m_T}{2}-\frac{[E-A_0(z)]^2}{2m_T}$$

$$z_L=\frac{-E-m_T}{\kappa},z_R=\frac{-E+m_T}{\kappa}$$

WKB 近似 $P=\exp\{-I\}$

$$I=2\int_{Z_L}^{Z_R}\sqrt{2m_T(V_{eff}-E_{eff})}dz=2\int_{Z_L}^{Z_R}\sqrt{m_T^2-(E+\kappa z)^2}\,dz=\frac{\pi m_T^2}{\kappa}$$

$$\boxed{P=\exp\left\{-\frac{\pi(m^2+p_T^2)}{\kappa}\right\}}$$

粒子生成レートの導出

$$\Delta N = \frac{\Delta V}{(2\pi)^3} P$$

$$\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z dp_x dp_y dp_z$$

$$\Delta z = \Delta t \frac{p_z}{E}, \quad EdE = p_z dp_z; \quad E \approx -\kappa z \rightarrow dE = \kappa dz$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t dp_x dp_y} = \frac{\kappa}{(2\pi)^3} \exp\left(-\frac{\pi m_T^2}{\kappa} \right)$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t} = \frac{\kappa^2}{(2\pi)^3} \exp\left(-\frac{\pi m^2}{\kappa} \right)$$

ストリング（Yo-Yo）模型

- 質量ゼロのクォーク･反クォークが「紐」によって結合
  距離に比例する位置エネルギー

$$\text{Hamiltonian}: \ H(x_i, p_i) = |p_q| + |p_{\bar{q}}| + \kappa |x_q - x_{\bar{q}}|$$

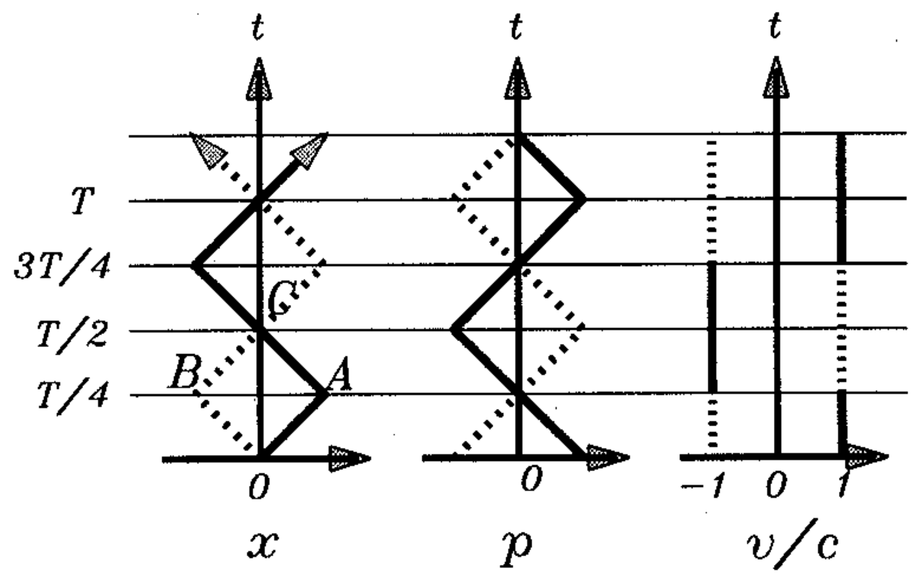
$$v_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} = sign(p_i) \quad \rightarrow \quad x_i(t) = x_i(t_0) + sign(p_i)(t - t_0)$$

$$\dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial x_i} = -sign(x_i - x_{i'})\kappa \quad \rightarrow \quad p_i(t) = p_i(t_0) - sign(x_i - x_{i'})\kappa(t - t_0)$$

系のエネルギー：$e = 2p_q(0)$

周期：$T = 4p_q(0)/\kappa$

$e = \kappa T/2$

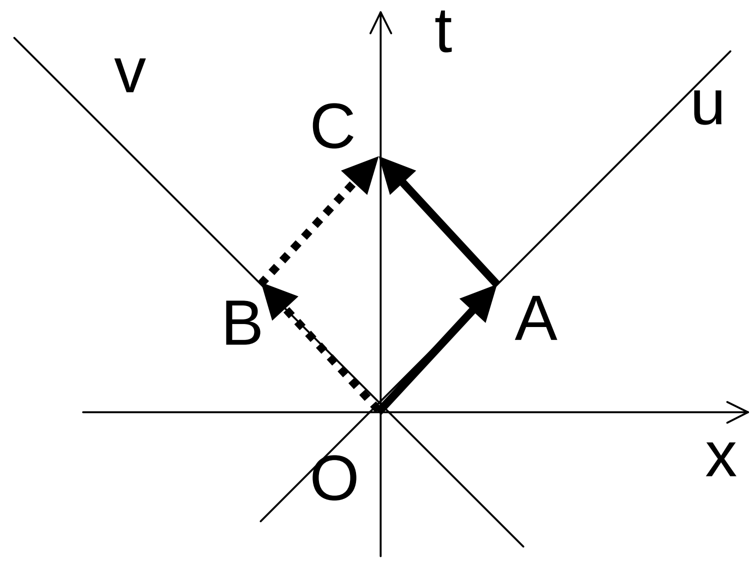


Yo−Yo 状態の基本領域

(t, x) 座標系:

O = (0, 0) A = (T/4, T/4)

B = (T/4, -T/4) C = (T/2, 0)



光円錐座標: (u, v) = (t + x, t -x)

O = (0, 0) A = (T/2, 0)

B = (0, T/2) C = (T/2, T/2)

$S(OABC) = OA \times OB = T^2/4 = 4p_q(0)^2/\kappa^2 = s/\kappa^2$

Yo−Yo 状態の基本領域

運動系での Yo-Yo 状態

x軸方向へ速度 β でboost

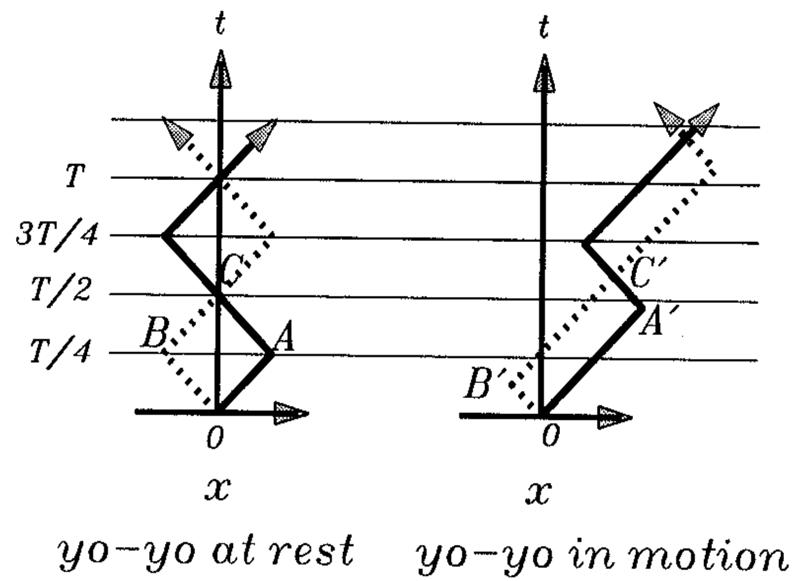
$t' = \gamma(t+\beta x) \quad x' = \gamma(x+\beta t)$

$O' = (0, \ 0)$

$A' = (\gamma(1+\beta)T/4, \gamma(1+\beta)T/4)$

$B' = (\gamma(1-\beta)T/4, \ -\gamma(1-\beta)T/4)$

$C' = (\gamma T/2, \gamma\beta T/2)$



Yo-Yo 状態の速度 : $x/t(C') = \beta$

(u, v)座標系では

$O' = (\ 0, \ 0)$

$A' = (\gamma(1+\beta)T/2, 0)$

$B' = (0, \gamma(1-\beta)T/2)$

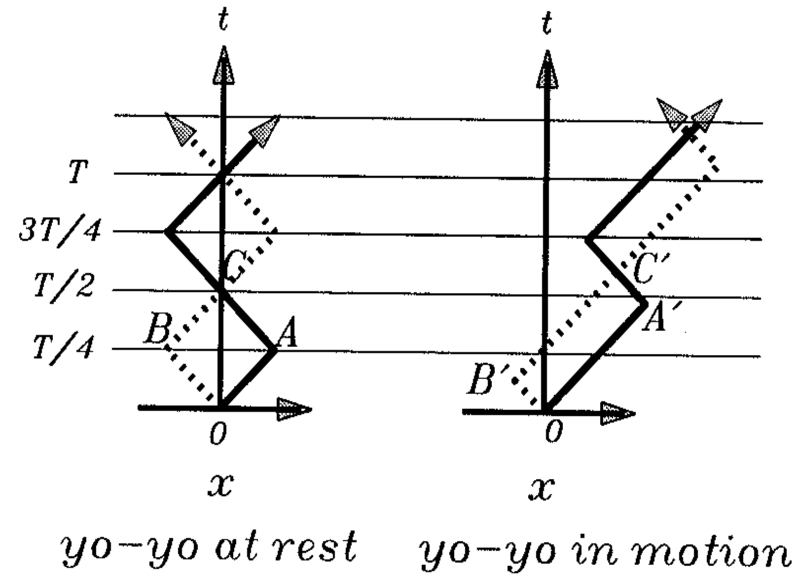
$C' = (\gamma(1+\beta)T/2, \gamma(1-\beta)T/2)$

面積 : $S(O'A'B'C') = T^2/4 = s/\kappa^2$ -- Lorentz 不変量

$e = \kappa T/2 \rightarrow \quad p_+ = p_0 + p_x = \gamma(1+\beta)\,\kappa T/2 \quad == \kappa L(O'A')$

$\qquad\qquad\qquad\quad p_- = p_0 - p_x = \gamma(1-\beta)\,\kappa T/2 \quad == \kappa L(O'B')$

$p_+p_-\ (= p_0^2 - p_x^2) = \kappa^2T^2/4 = s$ （固有運動量）



Yo-Yo状態のRapidity：

$$y = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{p_0 + p_x}{p_0 - p_x}\right) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{p_+}{p_-}\right) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)$$

粒子生成の時空描像

Bjorken's Space-Time Picture

- **クォーク・反クォーク対生成（ストリングの fragmentation）は、ある固有時間 τ_0 に同時に起こる**
- **高エネルギーのリミットでは「系」(Rapidity)に依存しない**

- 固有時間（proper time）

  $\tau^2 = t^2 - z^2$

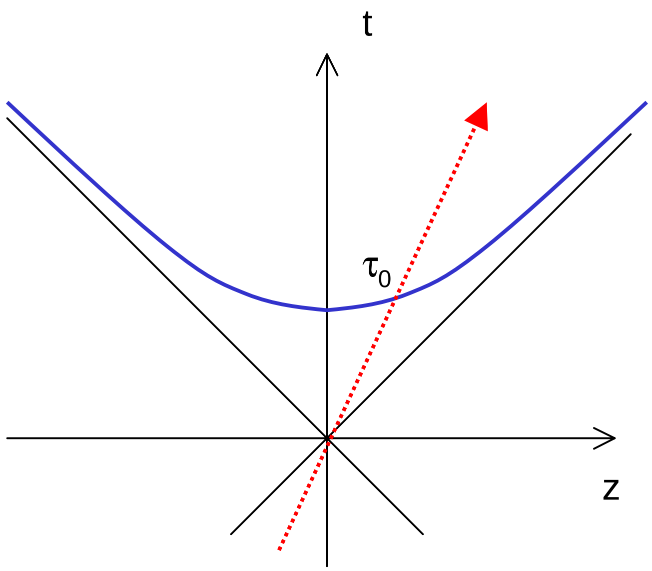
- 位置と時間の関係

  $z = \beta t \qquad (\beta = 1 / \tan\theta)$

  $\rightarrow$

  $t = \tau /(1 - \beta^2)^{1/2} = \gamma \tau$

  $z = \beta t = \beta\gamma \tau$



時空と4元運動量

- ストリングの fragmentation で作られたメソン（クォーク・反クォーク）は、生成された時の4元運動量をほぼ保持する
  - 横運動量は無視すると、粒子の時空と4元運動量が一対一対応）
- 大きなRapidityを持つ粒子は遠くで、遅い時間に生成される

時空 rapidity: $y_z = 0.5 \ln [(1 + \beta) / (1 - \beta)] = \ln [\gamma(1 + \beta)]$

$(t, z) = (\tau \cosh y_z , \tau \sinh y_z)$

時空		4元運動量
$t = \tau \cosh y_z$	$\longleftrightarrow$	$E = m_T \cosh y$
$z = \tau \sinh y_z$		$p_z = m_T \sinh y$

粒子のRapidity分布

Light cone 座標　:V = (u, v)　；u = t + z,　v = t - z

隣り合うVertex

V_{i-1}, V_i :V_{i-1} の反クォーク＋ V_i のクォーク（Yo-Yo状態）

→　粒子（メソン）

$$\frac{dN}{dy} = \frac{1}{y_{i+1} - y_i} = \frac{1}{\Delta y}$$

$$\Delta y = \frac{dy}{dv}\Delta v = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{v} - \frac{1}{u}\frac{du}{dv}\right)\Delta v$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{v} + \frac{1}{u}\frac{\tau_0^2}{v^2}\right)\Delta v = \frac{\Delta v}{v}$$

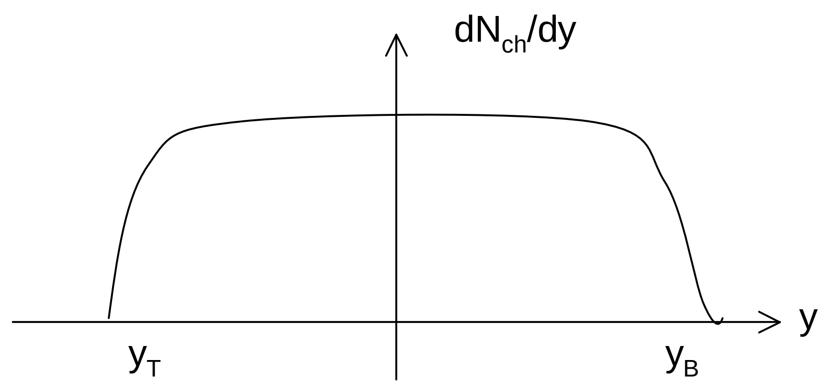
$$uv = \tau_0^2; \quad \Delta u \Delta v = \frac{du}{dv}(\Delta v)^2 = -\frac{m_T^2}{\kappa^2}$$

$$\Delta v = \frac{m_T}{\kappa}\left(-\frac{du}{dv}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{m_T v}{\kappa \tau_0}$$

$$\boxed{\frac{dN}{dy} = \frac{\kappa \tau_0}{m_T}}$$

ストリングの fragmentation 時間

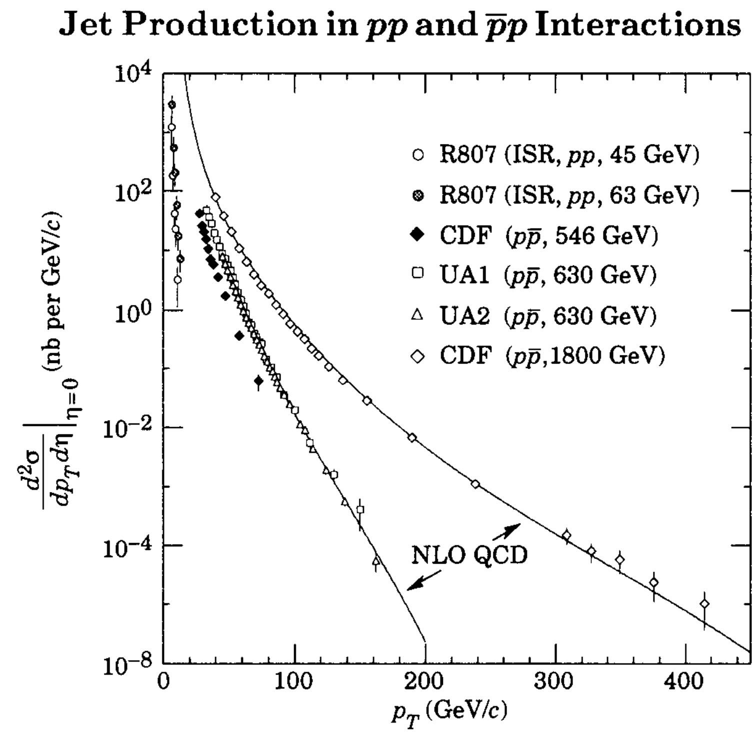
$$\boxed{dN/dy = \kappa\tau_0 / m_T}$$



- dN/dy 分布はフラット
  - 高エネルギーでは真実に近い
- dN/dy 分布から、fragmentation 時間が推定できる
  - $\langle m_T \rangle \sim 0.4$ GeV, $\kappa \sim 1$ GeV/fm

p_{Lab} (GeV/c)	1000	21321
$\langle N_{ch} \rangle$	10.9	18.8
$\langle N \rangle$	16.4	28.2
Δy	7.7	10.7
$\Delta N/\Delta y$	2.1	2.6
τ_0 (fm)	0.84	1.04

ストリング描像の欠陥



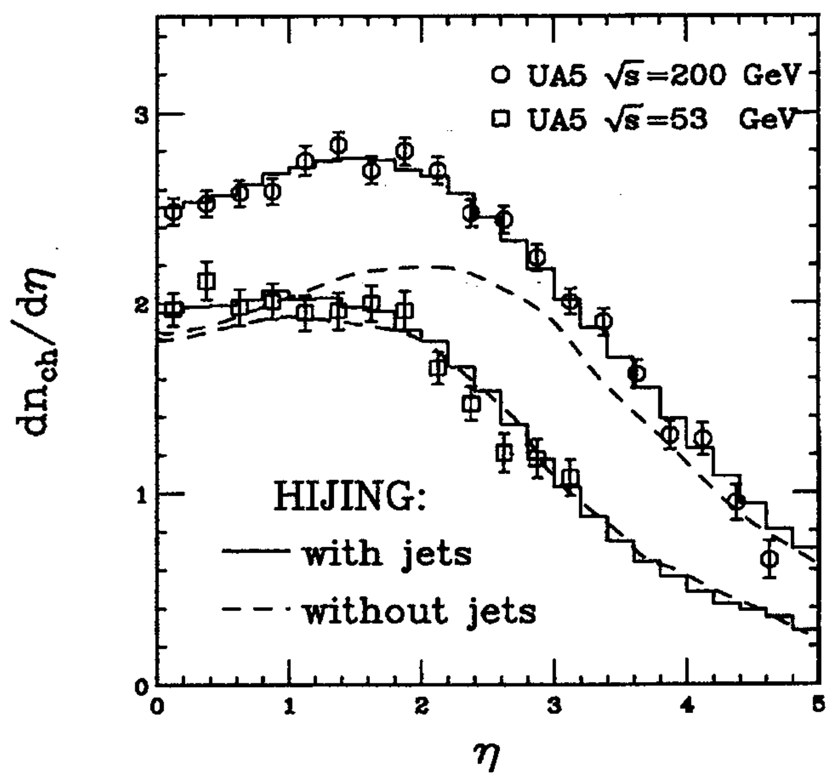
- 「小さい m_T を持つ粒子の多重生成」を良く記述する
- 大きな m_T 領域のスペクトルのエネルギー依存性を説明しない
- $dn_{ch}/d\eta$ の衝突エネルギー依存性を説明しない
  - $dn_{ch}/d\eta$ = 一定
  - 実験データ: $\langle N_{ch}\rangle = 0.88 + 0.44 \ln s + 0.118(\ln s)^2$

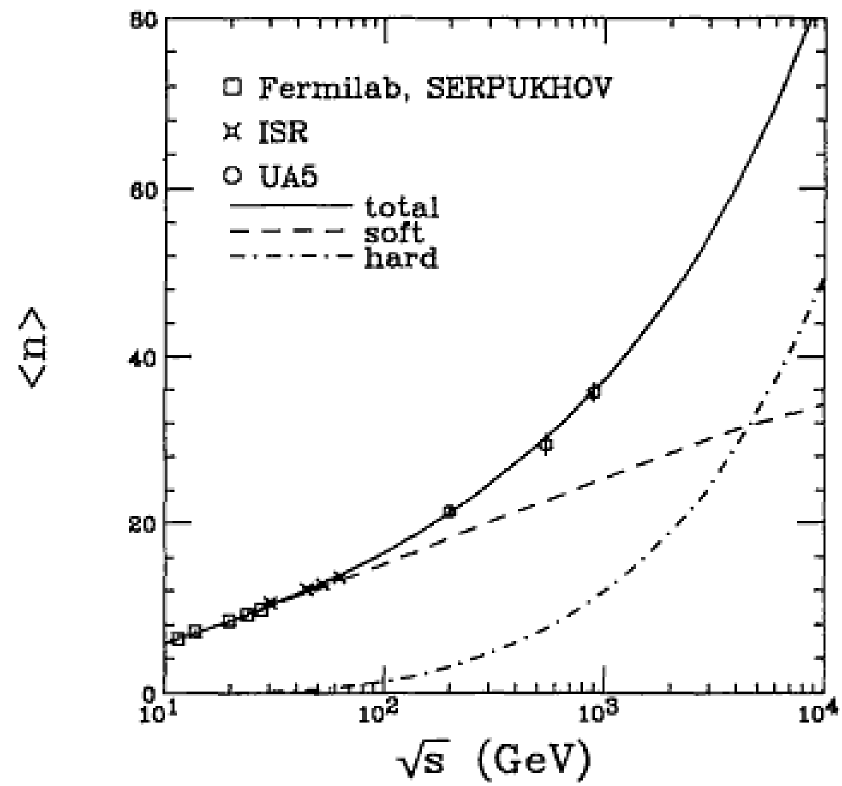
$\Delta y \sim \ln s$

→ $dn_{ch}/d\eta$ は ln s で増加

Hard Process

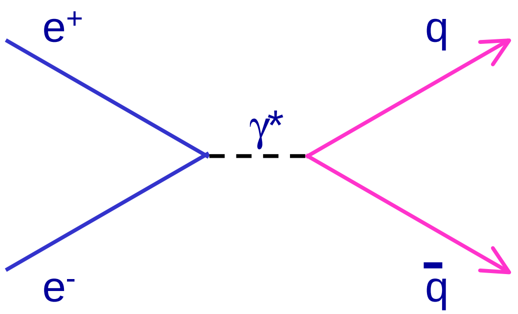
- $\sqrt{\ }$s >= 100 GeV では、hard process の寄与が顕著





Jet

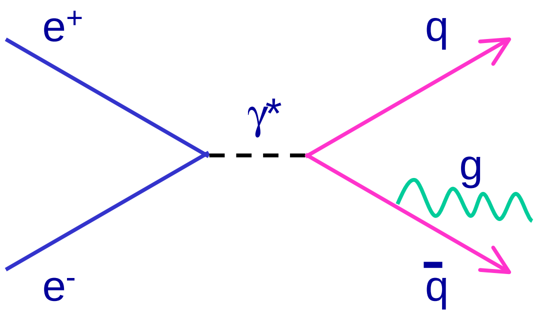
- Energetic partons produced via hard process
  - same plane, opposite direction
  - fragmentation in the final stage



- e^+e^- collisions:
  - annihilation => $q\bar{q}$ pair production

    β = velocity of final state fermion

    Q_f = charge of fermion

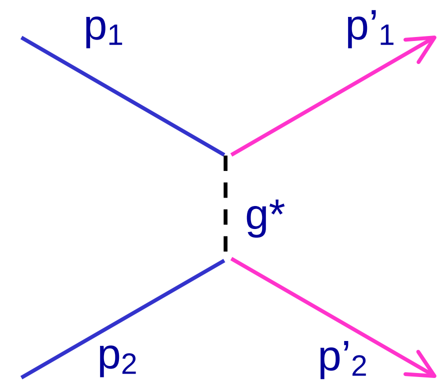


$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2\beta}{4s}\left[1+\cos^2\theta + \left(1-\beta^2\right)\sin^2\theta\right]Q_f^2$$

$$\sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}Q_f^2 = 88.6\frac{Q_f^2}{s\left(\mathrm{GeV}^2\right)}\,\mathrm{nb}$$

Jet in Hadron Collisions

- Partons
- perturbative QCD



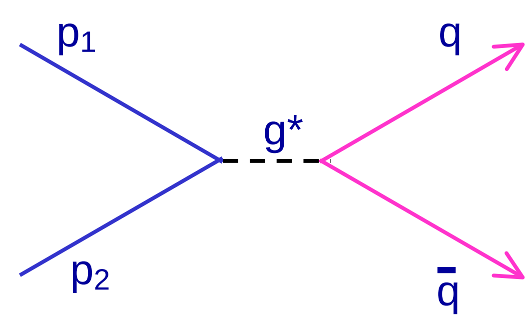
$$\frac{d^3\sigma}{d^2 p_T dy} = \Sigma_{ij} \int f_1(x_1, p_T^2) f_2(x_1, p_T^2) \left[s' \frac{d\sigma'}{dt'} \right]_{ij} dx_1 dx_2 \delta(s' + t' + u')$$

$$s = (p_1 + p_2)^2, t = (p_1 - p_{jet})^2, u = (p_2 - p_{jet})^2$$

$$s', t', u' : p_1 \to x_1 p_1, p_2 \to x_2 p_2$$

$$gg \to q\bar{q};$$

$$s' \frac{d\sigma'}{dt'} = 3\alpha_S^2 \left[\frac{t'^2 + u'^2}{8s'} \right] \left[\frac{4}{9} \frac{1}{t'u'} - \frac{1}{s'^2} \right]$$



G.F. Owens et al., Phys. Rev. D18 (1978) 1501 good agreement with QCD calculation

- parton (quarks & gluons)
  = elementary particles

  p_T = 400 GeV → r ~ 0.5 x 10^{-3} fm